

基于随机几何理论的多层异构蜂窝网络性能分析

李中捷, 黄传虎

(中南民族大学 电子信息工程学院, 智能无线通信湖北省重点实验室, 武汉 430074)

摘要 为分析多层节点覆盖的异构蜂窝网络性能, 采用独立的齐次泊松点过程分别对异构网络中的各层基站分布进行了建模, 选择最强信号干扰噪声比(SINR)基站的接入方案, 推导出多层异构蜂窝网络的覆盖概率, 并且通过仿真实验分析了影响整体网络覆盖概率的因素. 实验结果表明: 多层异构网络在小基站密度和发射功率处于适当值时有较好的覆盖性能.

关键词 异构蜂窝网络; 随机几何; 齐次泊松点过程; 覆盖概率

中图分类号 TN911 文献标识码 A 文章编号 1672-4321(2017)01-0076-05

Performance Analysis for Multi-tier Heterogeneous Cellular Network Based on Stochastic Geometry Theory

Li Zhongjie, Huang Chuanhu

(Hubei Key Laboratory of Intelligent Wireless Communication, College of Electronic and Information Engineering, South-Central University for Nationalities, Wuhan 430074, China)

Abstract To analyze the performance of heterogeneous cellular network covered by multi-tier nodes, the paper deduces the coverage probability for multi-tier heterogeneous cellular network by using the independent homogeneous Poisson point process to model the distribution of each layer base stations in heterogeneous network and choosing the strongest signal to interference and noise ratio (SINR) base station access scheme. Then the paper analyses the factors affecting the overall network coverage probability through simulation. The experimental results show that the multi-tier heterogeneous network has better coverage performance when the small base station density and the transmit power are in proper value.

Keywords heterogeneous cellular network; stochastic geometry; homogeneous poisson point process; coverage probability

在多层基站覆盖情景下, 建立异构蜂窝网络空间结构模型以及衡量网络平均性能指标变得十分关键. 文献[1-2]将蜂窝网络的基站按照规则的网格型排布, 得到的结果并不十分精确, 假设与实际也不太符合. 近年来, 在异构蜂窝网络的研究中, 随机几何被证明是一个非常有力的数学工具^[3-4], 出现了许多新兴的点过程, 例如硬核过程(HCP)^[5], 施特劳斯过程(SP)^[3], 泊松簇过程(PCP)^[6]以及扰动格型(PL)^[7]等. 它们共同特点是点与点间存在着一定的相关性. 因此对于实际蜂窝网的基站部署, 这些点过程能够更好地捕捉到真实网络部署的空间特性. 然而这些点过程最主要的缺陷就是难以用于分析, 因此难以获得具有指导意义的理论公式, 从而限制

了它们在异构网络中的应用. 泊松点过程在能够实际地描述基站分布的同时又有着易于分析处理的特性, 因此成为异构蜂窝网络中广泛被运用的空间分布模型.

网络性能评估在异构蜂窝网络研究中举足轻重. 在文献[8-10]中, 多层异构蜂窝网每层基站的空间分布被描绘为独立泊松过程, 并且分析了网络覆盖概率和用户平均速率的性能指标. 文献[11]分析了误码率性能指标. 本文将异构蜂窝网络与随机几何这两个对未来无线网络的发展有着至关重要意义的新型网络架构与建模方法相结合^[12], 采用齐次泊松点过程干扰模型, 对蜂窝网络中关键性能指标覆盖概率进行分析.

收稿日期 2016-11-20

作者简介 李中捷(1974-), 男, 副教授, 博士, 研究方向: 无线通信网络, E-mail: lizhongjie@mail.scuec.edu.cn

基金项目 国家自然科学基金资助项目(61379028)

1 系统建模

将异构蜂窝通信网络中同类型基站归为同一层,比如宏基站作为第一层,微蜂窝作为第二层,家庭基站作为第三层,各层基站密度和发射功率不同.假设用 Φ_i 来表示异构网络中第 i 层基站的分布,其中 $i = 1, 2, \dots, k$, Φ_i 为齐次泊松点过程,并且当 $m \in i, n \in i, m \neq n$ 的时候, Φ_m 与 Φ_n 相互独立. λ_i 表示第 i 层网络的基站密度. P_i 表示第 i 层网络的基站发射功率. β_i 表示第 i 层网络的基站通信门限,如果用户接收该层基站信号时的 $SINR > \beta_i$,则认为用户能与该基站保持通信. x_i 表示第 i 层网络中的基站,且有 $x_i \in \Phi_i$. 相互独立的移动用户的分布也服从泊松点过程. 多层异构蜂窝网络基站和用户的分布示意图如图 1 所示,菱形代表宏基站,倒三角形代表微基站,五角星代表家庭基站,黑点代表移动用户.

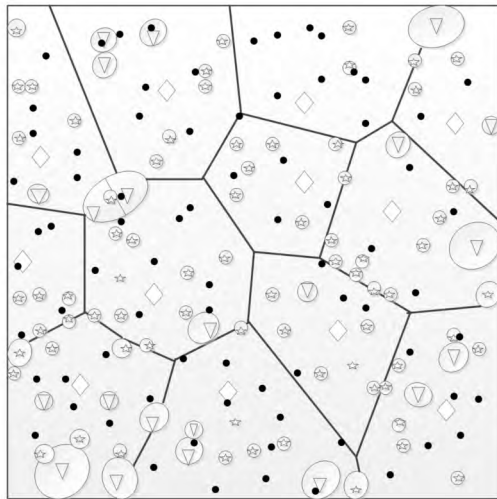


图 1 多层异构蜂窝网络分布示意图(宏基站: \diamond , 微基站: ∇ , 家庭基站: \star , 移动用户: \bullet)

Fig.1 Distribution of multi-tier heterogeneous cellular network (Macro: \diamond , Pico: ∇ , femo: \star , mobile: \bullet)

2 多层异构蜂窝网络覆盖概率分析

在上述异构蜂窝网络模型及假设下,推导下行链路的覆盖概率表达式. 定义覆盖概率为:

$$P_c(\lambda, \beta, P) = P[SINR > \beta]. \tag{1}$$

由于在无线通信网络中,许多传输是同时发生的,通信场景较为复杂,此时信号噪声干扰比 ($SINR$) 常常被用来作为评判信息通信系统优劣的关键指标. 其数学表达式如下:

$$SINR(x_i) = \frac{S}{I + N}, \tag{2}$$

其中 x_i 是二维平面上目标用户接收最强基站信号的基站位置, S 是接收信号中有用信号的功率, I 为用户收到信号中的干扰功率, N 是噪声. 在许多场合中,比如异构蜂窝网络干扰受限环境中,噪声相对来说微不足道,常常认为值为 0,因此 $SINR$ 也时常被 SIR 代替.

为了不失一般性,假设一个移动用户的位置坐落于原点,并且与异构蜂窝网络中的基站进行通信,可知目标用户能够至少与一个基站保持通信的概率即为覆盖概率. 采用用户最大 $SINR$ 接收方案,用户与异构网络中提供最大 $SINR$ 的基站相连接. 对于位于原点的移动用户,其与其连接的基站 x_i 之间的路径损耗可以表示为 $l(x_i) = \|x_i\|^{-\alpha}$,其中 α 为路径损耗因子,一般情况下有 $\alpha > 2$, $\|x_i\|$ 表示基站 x_i 距离原点用户的距离. 位于原点的移动用户从基站 x_i 处接收到的功率可以表示为 $P_i(x_i) = P_i h_{x_i} l(x_i)$,位于原点的移动用户接收总干扰为 $I_{x_i} = \sum_{j=1}^K \sum_{x \in \Phi_j \setminus x_i} P_j h_x l(x_i)$. 根据公式(2)可得该移动用户从基站 x_i 处接收到的 $SINR$ 为:

$$SINR(x_i) = \frac{P_i h_{x_i} \|x_i\|^{-\alpha}}{\sum_{j=1}^K \sum_{x \in \Phi_j \setminus x_i} P_j h_x \|x\|^{-\alpha} + \sigma^2}. \tag{3}$$

对于最大 $SINR$ 方案,由于异构网络中基站分布复杂,不能够用用户与基站间的距离来选择通信基站,而需要用户从基站接收到的信号强度与基站门限值进行比较, $SINR$ 若大于基站门限值,则认为用户能够与基站之间进行通信,可以知道的是,与用户通信的基站必然是提供最大 $SINR$ 的基站.

引入推论: 整个异构网络中至多有一个基站,其提供的 $SINR$ 大于 $1^{[10]}$.

根据上述的推论,假设异构网络中各层通信门限值 $\beta_i \geq 1$ (0 dB),对于此时的网络,至多只有一个基站能够满足该门限值,用户即与此基站保持通信,且此基站必是网络中提供的最大 $SINR$.

由以上公式和推论,并在开放式接入情况下,异构网络中覆盖概率如下:

$$P_c(\{\lambda_i\}, \{\beta_i\}, \{P_i\}) = P(\bigcup_{i \in k} \bigcup_{x_i \in \Phi_i} SINR(x_i) > \beta_i) = E[1(\bigcup_{i \in k} \bigcup_{x_i \in \Phi_i} SINR(x_i) > \beta_i)]. \tag{4}$$

由于 $\beta_i > 1$,整体网络中至多只有一个基站能

够满足门限要求,又有各层泊松点过程 Φ_i 相互独立,公式(4)可以展开为:

$$P_c = \sum_{i=1}^K \sum_{x_i \in \Phi_i} [1(\text{SINR}(x_i) > \beta)] = \sum_{i=1}^K \lambda_i \int_{R^2} P\left(\frac{P_i h_{x_i} \|x_i\|^{-\alpha}}{I_{x_i} + \delta^2} > \beta\right) dx_i, \quad (5)$$

其中步骤(a)根据推论和门限值大于1而来,步骤(b)根据Campbell-Meek理论^[13]而来.又因为假设信号传播过程衰落为瑞利衰落,即信道增益 h_{x_i} 服从瑞利分布,公式(5)可变为:

$$P_c = \sum_{i=1}^K \lambda_i \int_{R^2} \zeta_{I_{x_i}}\left(\frac{\beta_i \|x_i\|^\alpha}{P_i}\right) e^{-\frac{\beta_i \|x_i\|^\alpha \sigma^2}{P_i}} dx_i, \quad (6)$$

公式(6)中 $\zeta_{I_{x_i}}(\cdot)$ 是干扰 I_{x_i} 的拉普拉斯变换,表达式为 $\zeta_{I_{x_i}}(s) = E[\exp(-sI_{x_i})]$,可以得到:

$$\zeta_{I_{x_i}}(s) = \prod_{j=1}^k E_{\Phi_j} \left[\prod_{x_j \in \Phi_j/x_i} \frac{1}{1 + sP_j l(x_j)} \right]. \quad (7)$$

根据泊松过程的概率生成函数(PGFL)^[14],公式(7)可变为:

$$\zeta_{I_{x_i}}(s) = \prod_{j=1}^k \exp(-2\pi\lambda_j (sp_j)^{2/\alpha} \cdot \int_0^\infty r \int_0^\infty \exp(-t(1+r^\alpha)) dt dr). \quad (8)$$

根据Gamma函数相关性质,公式(8)最终可变化为:

$$\zeta_{I_{x_i}}(s) = \exp\left(-s^{2/\alpha} \frac{2\pi^2 \csc(\frac{2\pi}{\alpha})}{\alpha} \sum_{i=1}^k \lambda_i P_i^{2/\alpha}\right). \quad (9)$$

将公式(9)代入公式(6)可以得到:

$$P_c = \sum_{i=1}^K \lambda_i \int_{R^2} \exp\left(-\frac{2\pi^2 \csc(\frac{2\pi}{\alpha})}{\alpha} \left(\frac{\beta_i}{P_i}\right)^{2/\alpha} \|x_i\|^2 \sum_{m=1}^K \lambda_m P_m^{2/\alpha}\right) \exp\left(-\frac{\beta_i \sigma^2}{P_i} \|x_i\|^\alpha\right) dx_i. \quad (10)$$

公式(10)即为蜂窝异构网络覆盖概率表达式,且有各层门限值 $\beta_i > 1$.

当不考虑噪声时,即 $\sigma^2 = 0$,公式(10)变为:

$$P_c = \frac{\alpha}{2\pi \csc(\frac{2\pi}{\alpha})} \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i P_i^{2/\alpha} \beta_i^{-2/\alpha}}{\sum_{i=1}^k \lambda_i P_i^{2/\alpha}}. \quad (11)$$

3 实验及分析

根据推导出的异构蜂窝网络覆盖概率,对网络中用户覆盖概率进行仿真.根据假设网络模型中的

参数值,分析异构网络中各层基站通信门限、基站密度及基站发射功率对覆盖概率的影响.其中假设宏基站为异构网络的第一层,其他层为小基站层.各层基站密度不同,且小基站密度一般大于宏基站密度.以三层异构网络为例,可假设宏基站为第一层,微蜂窝基站为第二层,家庭基站为第三层,相对应的通信门限为 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$,各层相对应的基站密度为 $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$,各层相对应的基站发射功率 $P_3 < P_2 < P_1$,在此假定环境下对多层异构网络覆盖概率进行分析.

考虑一种特殊情形下的覆盖概率,假设异构网络只有一层宏基站,即表达式中的 $k = 1$,且考虑没有噪声的情形 $\sigma^2 = 0$,即将公式(11)中的 k 值取为1,此时覆盖概率表达式简化为:

$$P_c = \frac{\alpha}{2\pi \csc(\frac{2\pi}{\alpha}) \beta^{2/\alpha}}. \quad (12)$$

观察公式(12)可以看出,网络中的覆盖概率只与通信门限有关,相应的仿真结果如图2.

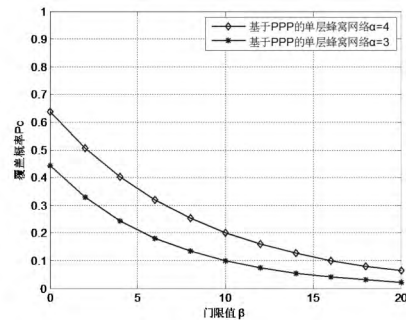


图2 单层网络覆盖概率

Fig. 2 Single-tier network coverage probability

实验中通信门限 $\beta > 1$,即 $\beta > 0$ dB, $\alpha = 4$ 和 3. 实验结果表明,仿真出的曲线符合覆盖概率的基本趋势,覆盖概率值与传统六边形蜂窝模型值接近,即当门限值增加时,达到门限要求的基站数量减少,网络覆盖概率下降,而当门限值降低时,能够进行通信的基站数量增多,网络覆盖概率相应提高了.且路径损耗因子也是影响覆盖概率的重要因素,随着 α 的值减小而减少.

对于多层异构网络情形,网络层数 $k > 1$,网络中第 i 层基站密度为 λ_i ,第 i 层基站发射功率为 P_i ,对应基站通信门限为 $\beta_i, i = 1, \dots, k$.并假设 $i < j$ 时,有 $P_i > P_j, \lambda_1 < \lambda_j$.

宏基站通信门限对异构网络覆盖概率的影响如图3所示,假设 $k = 2, \alpha = 3$,基站功率 $P_1 = 100P_2 = 100, \lambda_2 = 2\lambda_1, \beta_2 = 1$ dB.

从图3实验结果可以看,多层异构网络覆盖概

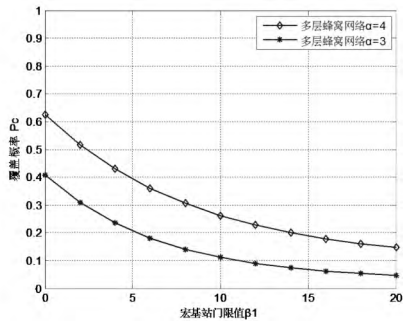


图 3 通信门限对多层网络覆盖概率影响

Fig. 3 Effect of communication threshold on coverage probability of multi-tier network

率与图 2 单层覆盖概率理论数据变化趋势一致. 仿真结果表明宏基站通信门限值降低可以提高网络覆盖概率, 因为门限值降低后, 可以通信的基站数目增加, 网络的覆盖概率状况也就相应改善. 当门限值增加时, 达到门限要求的基站数量减少, 网络覆盖概率下降. 同时路径损耗因子也是影响覆盖概率的重要因素, 随着的值减小而减少. 由图 3 可以得到这样的结论, 在多层异构网络中, 在小基站门限值一定情况下, 为提高小区覆盖概率, 应适当降低宏基站门限值.

小基站密度对异构网络中覆盖概率的影响如图 4 所示. 假设 $k = 2$, $\alpha = 3$, $\lambda_1 = 1$, $\beta_1 = 1$ dB, 基站功率大小 $P_1 = 10P_2 = 10$.

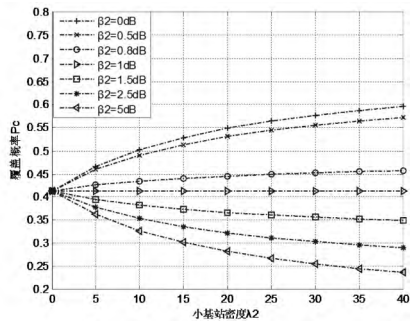


图 4 小基站密度对多层网络覆盖概率影响

Fig. 4 Effect of small base station density on coverage probability of multi-tier network

图 4 的仿真结果表明, 当 $\beta_2 = \beta_1 = 1$ dB 时, 覆盖概率情况与之前所述公式特殊情形吻合, 覆盖概率表达式只与其中的通信门限值相关, 覆盖概率值在小基站密度变化下保持不变. 从 $\beta_2 = 0$ dB, 0.5 dB, 0.8 dB 三条曲线可以知道, 当 $\beta_2 < \beta_1$ 时, 增加小基站层的基站密度, 网络整体覆盖概率增加了, 而基站密度增加到一定程度便不再有明显变化, 所以对于小基站密度的增加应在适当的区间. 从 $\beta_2 = 1.5$ dB, 2.5 dB, 5 dB 曲线可以知道, 当 $\beta_2 > \beta_1$ 时, 增加

小基站层的基站密度, 网络整体覆盖概率降低了, 因为干扰源引入更多. 由图 4 可以得到这样的结论, 在多层异构网络中, 为提高小区覆盖概率, 应选择小基站门限值低于宏基站门限值, 并适当增加小基站的数量.

小基站发射功率 P_2 对异构网络中覆盖概率的影响如图 5 所示. 假设 $k = 2$, $\alpha = 3$, $P_1 = 100$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 50$, $\beta_1 = 1$ dB.

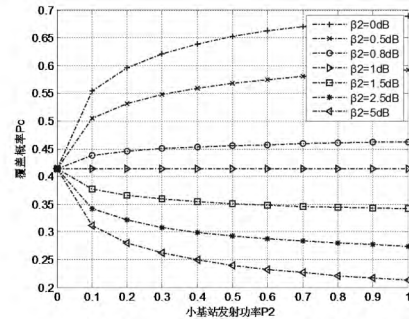


图 5 小基站发射功率对多层网络覆盖概率影响

Fig. 5 Effect of small base station transmit power on coverage probability of multi-tier network

图 5 的仿真结果表明, 当 $\beta_2 = \beta_1 = 1$ dB 时, 覆盖概率与之前所述公式特殊情形吻合, 即覆盖概率表达式只与其中的通信门限值相关. 从 $\beta_2 = 0$ dB, 0.5 dB, 0.8 dB 时的曲线可以知道, 当 $\beta_2 < \beta_1$ 时, 增加小基站层的发射功率, 网络整体覆盖概率增加了, 当小基站发射功率增加到一定程度时覆盖概率趋于饱和. 观察 $\beta_2 = 1.5$ dB, 2.5 dB, 5 dB 时的曲线可以知道, 当 $\beta_2 > \beta_1$ 时, 增加小基站层的发射功率, 网络整体覆盖概率降低了, 因为引入了更多的干扰源, 通信情况反而得不到改善. 由图 5 的仿真结果, 可以得到这样的结论, 在多层异构蜂窝网络中, 为提高小区覆盖概率, 小基站门限值应低于宏基站门限值, 并且适当增加小基站的发射功率.

4 结语

本文采用独立的齐次泊松点过程, 分别对多层异构网络中的各层基站分布进行建模. 根据无线通信瑞利衰落信道相关特性, 计算出移动用户从相邻各层基站接收信号所能获得的 SINR, 选择最强信号干扰噪声比 (SINR) 基站的接入方案, 推导出多层异构蜂窝网络的覆盖概率. 并且通过仿真实验进一步分析了基站通信门限、小基站密度、小基站发射功率对整体网络覆盖概率的影响.

参 考 文 献

- [1] Gilhousen K, Jacobs I, Padovani R, et al. On the capacity of a cellular CDMA system [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1991 (2): 303-312.
- [2] Xu J, Zhang J, Andrews J G. On the accuracy of the wyner model in cellular networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 10 (9): 3098-3109.
- [3] Haenggi M. Stochastic geometry for wireless networks [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [4] Baccelli F, Blaszczyszyn B. Stochastic geometry and wireless networks in foundations and trends in networking [J]. NOW Publishers, 2009(1).
- [5] Haenggi M. Mean Interference in hard-core wireless networks [J]. IEEE Communications Letters, 2011, 15 (8): 792-794.
- [6] Ganti R K, Haenggi M. Interference and outage in clustered wireless Ad Hoc networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55 (9): 4067-4086.
- [7] Guo A, Haenggi M. Spatial stochastic models and metrics for the structure of base stations in cellular networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12 (11): 5800-5812.
- [8] Dhillon H S, Ganti R K, Baccelli F, et al. Modeling and analysis of K-tier downlink heterogeneous cellular networks [J]. IEEE J Sel Areas in Commun, 2012, 30 (3): 550-560.
- [9] Mukherjee S. Distribution of downlink SINR in heterogeneous cellular networks [J]. IEEE J Sel Areas Commun, 2012, 30(3): 54-64.
- [10] Andrews J G, Baccelli F, Ganti R T. A tractable approach to coverage and rate in cellular networks [J]. IEEE Trans Commun, 2011, 59(11): 3122-3134.
- [11] Y Dhungana, Tellambura C. Stochastic geometry analysis of error probability in interference limited wireless networks [C]//IEEE. IEEE International Conference on Communications, New Jersey: IEEE, 2015.
- [12] 邓娜. 基于随机几何的异构蜂窝网建模分析与设计 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2015.
- [13] Sheng Zhengguo. A stochastic geometry approach to transmission capacity in wireless cooperative networks [C]//IEEE. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, New Jersey: IEEE, 2009: 066005-066005-6.
- [14] Chiu S N, Stoyan D, Kendall W S, et al. Stochastic geometry and its applications [J]. Advances in Mathematics, 2011, 40(3): 257-269.