

基于 Bezier 曲线的多边形图像骨架矩的研究

段 汕 张 洪 王小凡 张 晔 张彬彬
(中南民族大学 数学与统计学学院 武汉 430074)

摘 要 在 Hu 矩与 Chen 边界矩方法的基础上,将骨架矩理论融入多边形图像的骨架处理中,通过一次与二次 Bezier 曲线将多边形骨架用控制点表示,推导了基于控制点表示的骨架矩不变量,为多边形图像的分类与识别提供了一种统计特征提取方法.

关键词 多边形;骨架;Bezier 曲线;矩不变量

中图分类号 TP751;O143 **文献标识码** A **文章编号** 1672-4321(2017)01-0113-06

Study of Skeleton Moments of Polygonal Images Based on Bezier Curves

Duan Shan, Zhang Hong, Wang Xiaofan, Zhang Ye, Zhang Binbin

(College of Mathematics and Statistics, South-Central University for Nationalities, Wuhan 430074, China)

Abstract In this paper, we use the theory of skeleton moments to process polygonal images' skeletons based on the theories of Hu's moment invariants and Chen's boundary moment invariants. We express polygonal skeletons with a few of control points by the first-order and second-order Bezier curves, deduce skeleton moment invariants expressed by control points, which provides a statistical feature extraction method for the classification and recognition of polygonal images.

Keywords polygon; skeleton; Bezier curve; moment invariant

图像的特征提取是图像分析的关键,常用的图像形状特征提取算法有 Fourier 描述子、Hough 变换、形状矩阵和矩不变量等方法.矩特征以图像分布的各阶矩来描述图像的形状特征,具有较好的抗噪性和稳定性. Hu^[1] 首先将矩用于目标识别,提出了矩不变量的概念.矩不变量是一种比较经典的特征指标,它提取的是物体的全局特征.矩不变量具有平移、旋转和尺度变换不变性,被广泛应用在图像分类与识别、图像检索与匹配、图像分析等领域^[2,3]. Hu 矩实际上是针对目标区域的矩,所以又称区域矩,它需要对整个图像存在的区域进行计算,计算量大,不利于实时处理.为了快速计算区域矩不变量,近年来研究者提出了很多矩的快速算法.因为人的视觉系统对物体认识的初级阶段是对其形状的认识,而边

界中含有图像形状的重要信息,因此在图像处理与模式识别领域经常根据图像的边界来识别图像或对其分类. Chen^[4,5] 提出的利用区域边界来计算区域矩的快速算法即其中一个,这种边界矩不变量与 Hu 矩相比计算量较小,大大减少计算时间,提高了计算效率.

骨架是图像形状的曲线表述方式,描述的是图像的几何与拓扑性质.基于骨架的图像识别往往需要对骨架进行演化、近似、标注等繁琐的编码工作,而采用合适的骨架矩技术可以定量描述骨架的整体分布、骨架的弯曲程度、骨架的长短情况等信息^[6]. 本文结合 Hu 区域矩与 Chen 边界矩的思想,研究了多边形图像骨架的特点,在多边形图像的骨架问题中建立了骨架矩理论,通过 Bezier 曲线推导了基于

收稿日期 2016-12-27

作者简介 段 汕(1962-),女,教授,博士,研究方向:数学应用方法与图像处理, E-mail: duanshan@mail.scuec.edu.cn

基金项目 国家自然科学基金资助项目(61374085,11301552)

控制点表示的骨架矩,为多边形图像的分类与识别建立了一种定量表示方法.

1 多边形图像的骨架

设 $M \subset R^2$ 是欧式空间中的任一多边形,边界为 ∂M . 对任意 $r \geq 0$ 和 $p \in R^2$, 以 p 为圆心 r 为半径的圆盘为:

$$K_r(p) = \{q \mid d(p, q) \leq r\}.$$

点 p 的位于 M 内的最大圆盘 $K_r^{\max}(p)$ 不是其他任何完全属于 M 的圆盘的子集. 多边形图像 M 的骨架 $S(M)$ 为所有与 ∂M 至少有两个切点的最大圆盘的圆心的集合,即:

$$S(M) = \{p \mid p \in M, K_r^{\max}(p) \neq \emptyset\},$$

点 p 处的半径函数为^[7]:

$$r(p) = \{r \mid K_r^{\max}(p) \subset M\}.$$

规定多边形的外边界以逆时针方向为正方向,内边界以顺时针方向为正方向,多边形的所有顶点 p_1, p_2, \dots, p_n 将构成一个有向点列. 多边形在凸顶点处内角 $0 < \alpha < \pi$, 凹顶点处内角 $\pi < \alpha < 2\pi$. 多边形图像的骨架是由多边形的点与点、点与边、边与边的平分线构成.

(1) 两点 $O_i(x_i, y_i) (i = 1, 2)$ 的平分线是与这两点等距离的点的轨迹,表现为两点连线的垂直平分线,其方程为:

$$(x_2 - x_1)x + (y_2 - y_1)y + \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2) = 0.$$

(2) 对于点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 点 A 与边 AB 的平分线是过点 A 且垂直于 AB 的直线,方程为:

$$(x_2 - x_1)(x - x_1) + (y_2 - y_1)(y - y_1) = 0.$$

(3) 对于点 $F(x_0, y_0)$ 与直线 $L: ax + by + c = 0, a^2 + b^2 = 1, F \notin L$, 点 F 与边 L 的平分线是以点 F 为焦点 L 为准线的抛物线,方程为:

$$(a^2 - 1)x^2 + (b^2 - 1)y^2 + 2abxy + 2(ac + ax_0)x + 2(bc + by_0)y + c^2 - x_0^2 - y_0^2 = 0.$$

(4) 两边 $L_i: a_i x + b_i y + c_i = 0, a_i^2 + b_i^2 = 1, i = 1, 2$ 间的平分线是与这两边等距离的点的轨迹,当 $L_1 \parallel L_2$ 时,平分线方程为:

$$(a_1 \pm a_2)x + (b_1 \pm b_2)y + (c_1 \pm c_2) = 0,$$

其中正负号的选取保证角平分线位于多边形的内部.

当 $L_1 \perp L_2$ 时,两直线方程可写为 $L_i: a_i x + b_i y + c_i = 0 (i = 1, 2)$, 平分线方程为:

$$a_1 x + b_1 y + \frac{1}{2}(c_1 + c_2) = 0.$$

2 多边形骨架的 Bezier 曲线表示

根据上述分析,多边形图像 M 的骨架,是由直线和抛物线构成的连续曲线. 设其中的直线部分为 $L = \{l_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$, 抛物线部分为 $Q = \{q_j \mid j = 1, 2, \dots, n\}$, 则多边形图像 M 的骨架可以表示为 $S(M) = L \cup Q$. 其中,骨架 $S(M)$ 的直线与抛物线部分即一次与二次 Bezier 曲线^[8].

2.1 Bezier 曲线的定义与性质

对于点 V_0, V_1 , 称下列参数多项式:

$$V(t) = (1 - t)V_0 + tV_1, 0 \leq t \leq 1.$$

是以点 V_0, V_1 为控制点的一次 Bezier 曲线,它表现为以 V_0, V_1 为两端点的线段.

对于点 V_0, V_1, V_2 , 称下列参数多项式:

$V(t) = (1 - t)^2 V_0 + 2t(1 - t)V_1 + t^2 V_2, 0 \leq t \leq 1$. 是以点 V_0, V_1, V_2 为控制点的二次 Bezier 曲线, V_0, V_2 分别为曲线的两端点, V_1 为二次 Bezier 曲线 $V(t)$ 在点 V_0 与 V_2 的切线的交点^[7].

设控制点坐标为 $V_0(x_0, y_0), V_1(x_1, y_1), V_2(x_2, y_2)$, 则一次 Bezier 曲线的参数方程为:

$$\begin{cases} x = (1 - t)x_0 + tx_1 \\ y = (1 - t)y_0 + ty_1 \end{cases}, 0 \leq t \leq 1.$$

二次 Bezier 曲线的参数方程为:

$$\begin{cases} x = (1 - t)^2 x_0 + 2t(1 - t)x_1 + t^2 x_2 \\ y = (1 - t)^2 y_0 + 2t(1 - t)y_1 + t^2 y_2 \end{cases}, 0 \leq t \leq 1.$$

它们分别表示一条控制点为 V_0, V_1 的直线和一条控制点为 V_0, V_1, V_2 的抛物线.

2.2 控制点的求取

一次 Bezier 曲线的控制点即为两端点,二次 Bezier 曲线的控制点为其两端点及 Bezier 曲线在两端点处切线的交点^[8]. 对于多边形图像 M , 只有凹顶点与边的平分线才是二次 Bezier 曲线.

对多边形图像 M , 设凹顶点 p_j 坐标为 (x_{p_j}, y_{p_j}) , 边 $\overline{p_k p_{k+1}} (k = 1, 2, \dots, n)$ 所在直线方程为:

$$L_{k, k+1}: a_{k, k+1}x + b_{k, k+1}y + c_{k, k+1} = 0,$$

其中 $a_{k, k+1} = \frac{y_{p_{k+1}} - y_{p_k}}{l_{k, k+1}}, b_{k, k+1} = \frac{x_{p_k} - x_{p_{k+1}}}{l_{k, k+1}}$,

$$c_{k k+1} = \frac{x_{p_{k+1}}y_{p_k} - x_{p_k}y_{p_{k+1}}}{l_{k k+1}} l_{k k+1} = |\overrightarrow{p_k p_{k+1}}|.$$

则凹顶点 p_j 与边 $\overline{p_k p_{k+1}}$ 的平分线是以点 p_j 为焦点 边 $\overline{p_k p_{k+1}}$ 为准线的抛物线弧, 记为 q_j .

设边 $\overline{p_k p_{k+1}}$ 上的方向向量为 $\overrightarrow{f_{k k+1}} = (b_{k k+1}, -a_{k k+1})$, 点 V_0, V_2 到边 $\overline{p_k p_{k+1}}$ 上的距离分别为 $d(V_0, \overline{p_k p_{k+1}}), d(V_2, \overline{p_k p_{k+1}})$, 设 C_0, C_2 分别是 V_0, V_2 在边 $\overline{p_k p_{k+1}}$ 上的投影, 则 $\overline{V_0 C_0}$ 与 $\overline{V_2 C_2}$ 上的方向向量均为 $\overrightarrow{f_{k k+1}} = (a_{k k+1}, b_{k k+1})$, 所以:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_0 C_0} &= d(V_0, \overline{p_k p_{k+1}}) \frac{\overrightarrow{f_{k k+1}}}{|\overrightarrow{f_{k k+1}}|}, \\ \overrightarrow{P_j C_0} &= \overrightarrow{OV_0} - \overrightarrow{OP_j} + \frac{d(V_0, \overline{p_k p_{k+1}})}{|\overrightarrow{f_{k k+1}}|} \overrightarrow{f_{k k+1}}, \\ \overrightarrow{P_j C_2} &= \overrightarrow{OV_2} - \overrightarrow{OP_j} + \frac{d(V_2, \overline{p_k p_{k+1}})}{|\overrightarrow{f_{k k+1}}|} \overrightarrow{f_{k k+1}}. \end{aligned}$$

若记:

$$\overrightarrow{P_j C_0} = (e_{j0}, -h_{j0}), \overrightarrow{P_j C_2} = (e_{j2}, -h_{j2}),$$

且抛物线在点 V_0, V_2 处的切线分别为 L_0, L_2 , 则 L_0, L_2 上的方向向量分别为:

$$\overrightarrow{P_j C_0}^\perp = (h_{j0}, e_{j0}), \overrightarrow{P_j C_2}^\perp = (h_{j2}, e_{j2}).$$

因此, 抛物线 q_j 过点 V_0, V_2 的切线方程分别为:

$$L_0: \frac{x - x_{V_0}}{h_{j0}} = \frac{y - y_{V_0}}{e_{j0}}; L_2: \frac{x - x_{V_2}}{h_{j2}} = \frac{y - y_{V_2}}{e_{j2}}.$$

由 L_0, L_2 的方程, 可求得控制点 V_1 的坐标 (x_{V_1}, y_{V_1})

$$\begin{aligned} x_{V_1} &= \frac{1}{e_{j0}h_{j2} - e_{j2}h_{j0}}(e_{j0}h_{j2}x_{V_0} - e_{j2}h_{j0}x_{V_2} + \\ &\quad h_{j0}h_{j2}y_{V_2} - h_{j0}h_{j2}y_{V_0}), \\ y_{V_1} &= \frac{1}{e_{j0}h_{j2} - e_{j2}h_{j0}}(e_{j0}h_{j2}y_{V_2} - e_{j2}h_{j0}y_{V_0} + \\ &\quad e_{j0}e_{j2}x_{V_0} - e_{j0}e_{j2}x_{V_2}). \end{aligned}$$

3 骨架矩不变量

3.1 一次 Bezier 曲线的骨架矩

对多边形图像 M 的一次 Bezier 曲线骨架 $L = \{l_i | i = 1, 2, \dots, m\}$, 设骨架段 l_i 的控制点为 $V_{0i}(x_{0i}, y_{0i}), V_{1i}(x_{1i}, y_{1i}), i = 1, 2, \dots, m$, 则骨架段 l_i 的方程为:

$$\begin{cases} x = (1-t)x_{0i} + tx_{1i} \\ y = (1-t)y_{0i} + ty_{1i} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

骨架段 l_i 的 $p+q$ 阶原点矩为:

$$\begin{aligned} m_{pq}^i &= \int_{l_i} x^p y^q ds = \int_0^1 x^p(t) y^q(t) \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt = \\ &|l_i| \int_0^1 [x_{0i} + (x_{1i} - x_{0i})t]^p [y_{0i} + (y_{1i} - y_{0i})t]^q dt = \\ &|l_i| \int_0^1 \sum_{k=0}^p C_p^k x_{0i}^{p-k} (x_{1i} - x_{0i})^k t^k \sum_{l=0}^q C_q^l y_{0i}^{q-l} (y_{1i} - y_{0i})^l t^l dt = \\ &|l_i| \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^q \frac{1}{k+l+1} C_p^k C_q^l x_{0i}^{p-k} y_{0i}^{q-l} (x_{1i} - x_{0i})^k (y_{1i} - y_{0i})^l, \end{aligned}$$

其中 $p, q = 0, 1, 2, \dots, C_p^k = \frac{p!}{k!(p-k)!}, |l_i| = m_{00}^i = \sqrt{(x_{1i} - x_{0i})^2 + (y_{1i} - y_{0i})^2}$ 为 l_i 的长度, 骨架段 l_i 的 $p+q$ 阶原点矩仅与 p, q 和骨架段 l_i 的控制点的坐标有关.

矩心 (\bar{x}, \bar{y}) 为:

$$\bar{x} = \frac{m_{10}^i}{m_{00}^i} = \frac{1}{2}(x_{0i} + x_{1i}), \bar{y} = \frac{m_{01}^i}{m_{00}^i} = \frac{1}{2}(y_{0i} + y_{1i}).$$

骨架段 l_i 的 $p+q$ 阶中心矩为:

$$\begin{aligned} \mu_{pq}^i &= \int_{l_i} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q ds = \\ &|l_i| \int_0^1 \left(\frac{x_{1i} - x_{0i}}{2}\right)^p \left(\frac{y_{1i} - y_{0i}}{2}\right)^q (2t - 1)^{p+q} dt = \\ &|l_i| [1 + (-1)^{p+q}] \frac{(x_{1i} - x_{0i})^p (y_{1i} - y_{0i})^q}{(p+q+1)2^{p+q+1}}. \end{aligned}$$

l_i 的 $p+q$ 阶归一化中心矩为:

$$\begin{aligned} \eta_{pq}^i &= \frac{\mu_{pq}^i}{(m_{00}^i)^{p+q+1}} = [1 + (-1)^{p+q}] \frac{(x_{1i} - x_{0i})^p (y_{1i} - y_{0i})^q}{(p+q+1)2^{p+q+1} |l_i|^{p+q}}, \\ p+q &= 2, 3, \dots, \\ \eta_{20}^i &= \frac{(x_{1i} - x_{0i})^2}{12 |l_i|^2}, \eta_{11}^i = \frac{(x_{1i} - x_{0i})(y_{1i} - y_{0i})}{12 |l_i|^2}, \\ \eta_{02}^i &= \frac{(y_{1i} - y_{0i})^2}{12 |l_i|^2}. \end{aligned}$$

于是, 骨架段 l_i 的 7 个具有平移、旋转和尺度变换不变性的矩不变量为:

$$\phi_1^i = \eta_{20}^i + \eta_{02}^i = \frac{1}{12},$$

$$\phi_2^i = (\eta_{20}^i - \eta_{02}^i)^2 + 4(\eta_{11}^i)^2 = \frac{1}{144},$$

$$\phi_3^i = (\eta_{30}^i - 3\eta_{12}^i)^2 + (\eta_{03}^i - 3\eta_{21}^i)^2 = 0,$$

$$\phi_4^i = (\eta_{30}^i + \eta_{12}^i)^2 + (\eta_{03}^i + \eta_{21}^i)^2 = 0,$$

$$\begin{aligned} \phi_5^i &= (\eta_{30}^i - 3\eta_{12}^i)(\eta_{30}^i + \eta_{12}^i) [(\eta_{30}^i + \eta_{12}^i)^2 - \\ &\quad 3(\eta_{21}^i + \eta_{03}^i)^2] + (3\eta_{21}^i - \eta_{03}^i)(\eta_{21}^i + \\ &\quad \eta_{03}^i) [3(\eta_{30}^i + \eta_{12}^i)^2 - (\eta_{21}^i + \eta_{03}^i)^2] = 0, \end{aligned}$$

$$\phi_6^i = (\eta_{20}^i - \eta_{02}^i) [(\eta_{30}^i + \eta_{12}^i)^2 - (\eta_{21}^i + \eta_{03}^i)^2] +$$

$$4\eta_{11}^i (\eta_{30}^i + \eta_{12}^i) (\eta_{21}^i + \eta_{03}^i) = 0,$$

$$\phi_7^i = (3\eta_{21}^i - \eta_{03}^i) (\eta_{30}^i + \eta_{12}^i) [(\eta_{30}^i + \eta_{12}^i)^2 - 3(\eta_{21}^i + \eta_{03}^i)^2] + (3\eta_{12}^i - \eta_{30}^i) (\eta_{21}^i + \eta_{03}^i) [3(\eta_{30}^i + \eta_{12}^i)^2 - (\eta_{21}^i + \eta_{03}^i)^2] = 0.$$

3.2 二次 Bezier 曲线的骨架矩

对多边形图像 M 的二次 Bezier 曲线骨架为 $Q = \{q_j | j = 1, 2, \dots, n\}$, 设骨架段 q_j 的控制点为 $V_{0j}(x_{0j}, y_{0j})$ 、 $V_{1j}(x_{1j}, y_{1j})$ 、 $V_{2j}(x_{2j}, y_{2j})$, $j = 1, 2, \dots, n$, 则骨架段 q_j 的方程为:

$$\begin{cases} x = (1-t)^2 x_{0j} + 2t(1-t)x_{1j} + t^2 x_{2j} \\ y = (1-t)^2 y_{0j} + 2t(1-t)y_{1j} + t^2 y_{2j} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

骨架段 q_j 的 $p+q$ 阶原点矩为:

$$m_{pq}^j = \int_{q_j} x^p y^q ds = \int_0^1 x^p(t) y^q(t) \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt = 2 \int_0^1 \{ [(x_{0j} + x_{2j} - 2x_{1j})t + (x_{1j} - x_{0j})]^2 + [(y_{0j} + y_{2j} - 2y_{1j})t + (y_{1j} - y_{0j})]^2 \}^{\frac{1}{2}} [(x_{0j} + x_{2j} - 2x_{1j})t^2 + 2(x_{1j} - x_{0j})t + x_{0j}]^p [(y_{0j} + y_{2j} - 2y_{1j})t^2 + 2(y_{1j} - y_{0j})t + y_{0j}]^q dt,$$

其中 $|q_j| = m_{00}^j$ 为曲线段 q_j 的弧长. 骨架段 q_j 的 $p+q$ 阶原点矩完全由 p, q 和骨架段 q_j 的控制点的坐标决定.

q_j 的 $p+q$ 阶中心矩为:

$$\mu_{pq}^j = \int_{q_j} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q ds,$$

$$\text{其中 } \bar{x} = \frac{m_{10}^j}{m_{00}^j} = \frac{m_{10}^j}{|q_j|}, \quad \bar{y} = \frac{m_{01}^j}{m_{00}^j} = \frac{m_{01}^j}{|q_j|}.$$

$p+q$ 阶归一化中心矩为:

$$\eta_{pq}^j = \frac{\mu_{pq}^j}{(m_{00}^j)^{p+q+1}} = \frac{\mu_{pq}^j}{|q_j|^{p+q+1}},$$

其中 $p+q = 2, 3, \dots$, 这样骨架段 q_j 的 7 个具有平移、旋转和尺度变换不变性的矩不变量为:

$$\phi_1^j = \eta_{20}^j + \eta_{02}^j,$$

$$\phi_2^j = (\eta_{20}^j - \eta_{02}^j)^2 + 4(\eta_{11}^j)^2,$$

$$\phi_3^j = (\eta_{30}^j - 3\eta_{12}^j)^2 + (\eta_{03}^j - 3\eta_{21}^j)^2,$$

$$\phi_4^j = (\eta_{30}^j + \eta_{12}^j)^2 + (\eta_{03}^j + \eta_{21}^j)^2,$$

$$\phi_5^j = (\eta_{30}^j - 3\eta_{12}^j) (\eta_{30}^j + \eta_{12}^j) [(\eta_{30}^j + \eta_{12}^j)^2 - 3(\eta_{21}^j + \eta_{03}^j)^2] + (3\eta_{21}^j - \eta_{03}^j) (\eta_{21}^j + \eta_{03}^j) [3(\eta_{30}^j + \eta_{12}^j)^2 - (\eta_{21}^j + \eta_{03}^j)^2],$$

$$\phi_6^j = (\eta_{20}^j - \eta_{02}^j) [(\eta_{30}^j + \eta_{12}^j)^2 - (\eta_{21}^j + \eta_{03}^j)^2] + 4\eta_{11}^j (\eta_{30}^j + \eta_{12}^j) (\eta_{21}^j + \eta_{03}^j),$$

$$\phi_7^j = (3\eta_{21}^j - \eta_{03}^j) (\eta_{30}^j + \eta_{12}^j) [(\eta_{30}^j + \eta_{12}^j)^2 - 3(\eta_{21}^j + \eta_{03}^j)^2] + (3\eta_{12}^j - \eta_{30}^j) (\eta_{21}^j + \eta_{03}^j) [3(\eta_{30}^j + \eta_{12}^j)^2 - (\eta_{21}^j + \eta_{03}^j)^2].$$

多边形图像 M 的骨架被多边形的点与点、点与边、边与边的平分线的交点分割成若干个骨架段, 即一次与二次 Bezier 曲线, 将一次与二次 Bezier 曲线的骨架矩相加构成多边形图像 M 的骨架矩, 给出多边形图像 M 的 7 个具有平移、旋转和尺度变换不变性的骨架矩:

$$\phi_1 = \frac{1}{12}m + \sum_{j=1}^n \phi_1^j,$$

$$\phi_2 = \frac{1}{144}m + \sum_{j=1}^n \phi_2^j,$$

$$\phi_k = \sum_{j=1}^n \phi_k^j \quad k = 3, 4, \dots, 7.$$

对于两个多边形图像 M, N , 设 M 为参考图像, N 为待测图像, ϕ_k^M, ϕ_k^N ($k = 1, 2, \dots, 7$) 代表参考图像 M 与待测图像 N 的 7 个骨架矩, 同时为消除不同的矩之间量纲的影响, 则待测图像与参考图像的矩不变量距离^[9]为:

$$d(M, N) = \sqrt{\sum_{k=1}^7 \left(\frac{|\phi_k^M - \phi_k^N|}{\max\{|\phi_k^M|, |\phi_k^N|\}} \right)^2}.$$

待测图像 N 与参考图像 M 的矩不变量距离 $d(M, N)$ 表示了 M 与 N 的相似程度, 矩不变量距离越小, 代表待测图像 N 与参考图像 M 越接近, 相似程度越高.

4 实验结果及分析

本文在 Matlab 7.10.0 环境下, 对 3 个具有代表性的多边形图像进行仿真实验. 图 1 给出了 3 个多边形图像, 区别在于图像的左下方是否有凹顶点与凹顶点处内角的大小, 其中图 1(1) 的多边形顶点坐标为 (1, 2), (4.5, 1.5), (6, 5), (4.5, 7), (6, 9), (3.5, 10), (1, 6), (2.5, 4). 图 1(2) 的多边形顶点坐标为 (1, 2), (4.5, 1.5), (6, 5), (4.5, 7), (6, 9), (3.5, 10), (1, 6), (2, 4). 图 1(3) 的多边形顶点坐标为 (1, 2), (4.5, 1.5), (6, 5), (4.5, 7), (6, 9), (3.5, 10), (1, 6). 图 2 为将相应多边形图像的边界均匀离散化, 其离散点集构成的 Voronoi 图. 图 3 为多边形图像的骨架及控制点图, 其中蓝色曲线为多边形的骨架, 红色的点为控制点. 表 1 给出了三幅多边形骨架图的所有控制点坐标.

表 2 是根据表 1 的控制点坐标计算出的多边形图像的骨架矩.

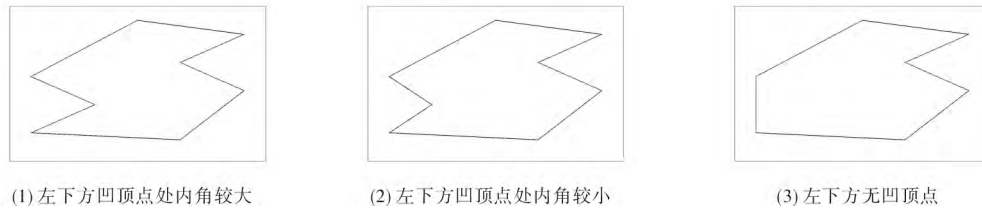


图 1 3 个形状相近的多边形

Fig. 1 Three polygons of similar shape

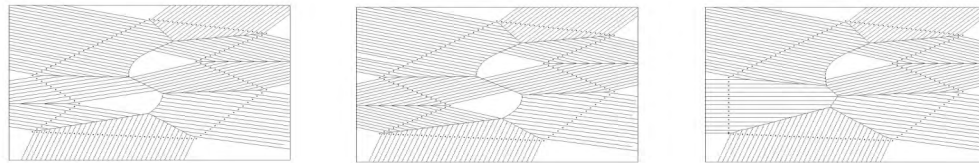


图 2 图 1 中对应的边界离散点集的 Voronoi 图

Fig. 2 The corresponding Voronoi diagram of a set of boundary discrete points in Fig. 1

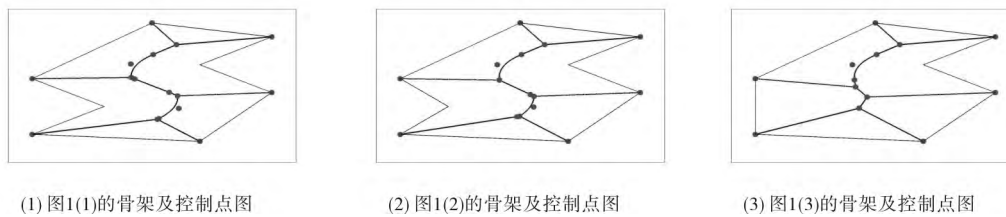


图 3 图 1 中对应的多边形的骨架及控制点图

Fig. 3 The corresponding skeletons and the control points graphs of polygons in Fig. 1

表 1 图 3 中对应的多边形骨架的控制点

Tab. 1 The control points of the corresponding polygonal skeletons in Fig. 3

序号	多边形骨架的控制点															
3(1)	(1, 2)	(4.5, 1.5)	(6, 5)	(6, 9)	(3.5, 10)	(1, 6)	(3.6112, 3.0816)	(3.6434, 3.1373)	(4.0602, 3.8559)	(4.0342, 4.7643)	(3.8575, 5.0232)	(3.1425, 5.9767)	(3.0625, 6.0876)	(3.0591, 7.0587)	(3.5254, 7.7362)	(4.0092, 8.4418)
3(2)	(1, 2)	(4.5, 1.5)	(6, 5)	(6, 9)	(3.5, 10)	(1, 6)	(3.4354, 3.2760)	(3.4866, 3.3032)	(3.7799, 3.9572)	(3.7856, 4.7346)	(3.7103, 4.8614)	(3.0673, 5.9018)	(3.0665, 5.9197)	(3.0193, 7.0008)	(3.5254, 7.7362)	(4.0097, 8.4418)
3(3)	(1, 2)	(4.5, 1.5)	(6, 5)	(6, 9)	(3.5, 10)	(1, 6)	(3.1642, 3.8770)	(3.3290, 4.6798)	(3.0885, 5.4010)	(3.0665, 5.9197)	(3.0193, 7.0008)	(3.5254, 7.7362)	(4.0092, 8.4418)			

表 2 图 1 中对应的多边形图像的骨架矩

Tab. 2 The corresponding skeleton moment invariants of polygonal images in Fig. 1

序号	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	ϕ_7
1(1)	$7.6180 \cdot 10^{-1}$	$6.2573 \cdot 10^{-2}$	$2.2491 \cdot 10^{-8}$	$4.8890 \cdot 10^{-9}$	$1.0157 \cdot 10^{-17}$	$-3.3090 \cdot 10^{-13}$	$2.0944 \cdot 10^{-17}$
1(2)	$7.6110 \cdot 10^{-1}$	$6.2561 \cdot 10^{-2}$	$1.4964 \cdot 10^{-8}$	$4.9728 \cdot 10^{-9}$	$2.3721 \cdot 10^{-17}$	$1.2149 \cdot 10^{-11}$	$-7.2869 \cdot 10^{-18}$
1(3)	$6.7180 \cdot 10^{-1}$	$5.5580 \cdot 10^{-2}$	$9.8856 \cdot 10^{-9}$	$3.9237 \cdot 10^{-9}$	$2.2553 \cdot 10^{-17}$	$1.1968 \cdot 10^{-11}$	$-9.4081 \cdot 10^{-18}$

图1(1)的多边形图像为参考图像,图1(2)与(3)为待测图像,图1(2)与(1)的矩不变量距离为

$$d(1, 2) = \sqrt{\sum_{k=1}^7 \left(\frac{|\phi_k^1 - \phi_k^2|}{\max\{|\phi_k^1|, |\phi_k^2|\}} \right)^2} = 1.8197,$$

图1(3)与(1)的矩不变量距离为 $d(1, 3) =$

$$\sqrt{\sum_{k=1}^7 \left(\frac{|\phi_k^1 - \phi_k^3|}{\max\{|\phi_k^1|, |\phi_k^3|\}} \right)^2} = 1.9590.$$

由于 $d(1, 2) < d(1, 3)$, 说明图1中(1)与(2)两个多边形形状更为相似, 相似程度更高, 从图1来看, 检测结果非常符合人眼视觉感受, 因此利用骨架矩不变量作为多边形图像匹配、识别与分类是有效的.

5 结束语

本文研究了多边形图像骨架的特点, 在 Hu 区域矩与 Chen 边界矩思想的基础上, 通过一次与二次 Bezier 曲线推导了基于控制点表示的多边形图像的骨架矩不变量, 为多边形图像的分类与识别建立了一种定量表示方法. 实验结果表明该方法可以有效地应用于多边形图像的分类、识别与匹配.

参 考 文 献

[1] Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariants

[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1962, 12: 179-187.

[2] 刘亦书, 杨力华, 孙倩. 轮廓矩不变量及其在物体形状识别中的应用[J]. 中国图像图形学报, 2004, 9(3): 308-313.

[3] 李宗民, 李华. 基于结构矩不变量的形状相似性比较[J]. 计算机工程, 2006, 32(8): 189-191.

[4] Chen C C. Improved moment invariants for shape discrimination[J]. Pattern Recognition, 1993, 26: 683-686.

[5] Tao C W, Taur J S. Fuzzy adaptive approach to fuzzy controllers with special model[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 125(1): 61-77.

[6] 雷煜卿. 图像识别中骨架提取及描述方法相关研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2009.

[7] Mestetskiy L M. Binary image skeleton representation by compound Bezier curves[C]//Khalid Hosny, Jorge de la Calleja. Pattern Recognition-Methods and Applications. Hong Kong: iConcept Press Ltd, 2013: 92-125.

[8] 张彩明. 计算机图形学简明教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 170-175.

[9] 潘国华. 基于不变矩相似度的图像质量评价方法[J]. 烟台职业学院学报, 2011, 17(4): 51-56.